

# Feina d'estiu

MATEMÀTIQUES 4<sup>rt</sup> ESO



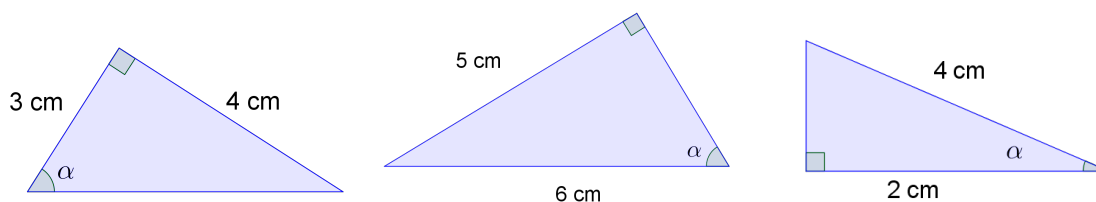
Els alumnes que tinguin suspesa l'assignatura de matemàtiques de 4art d'ESO hauran de fer els exercicis que venen en aquest dossier.

## INDICACIONS

- Els exercicis s'hauran de realitzar en una llibreta, indicant el nom i cognoms.
- Recordeu que és important entendre primer la teoria abans de fer els exercicis. (Podeu utilitzar la llibreta per fer resums)
- Abans de fer els exercicis s'haurà de copiar l'enunciat, indicant el tema i el número.
- Fes els exercicis de forma clara i amb bona lletra.
- Els treballs s'entregaran el dia 3 de Setembre.
- La nota d'aquest dossier contarà un 30 % de la nota de la recuperació.

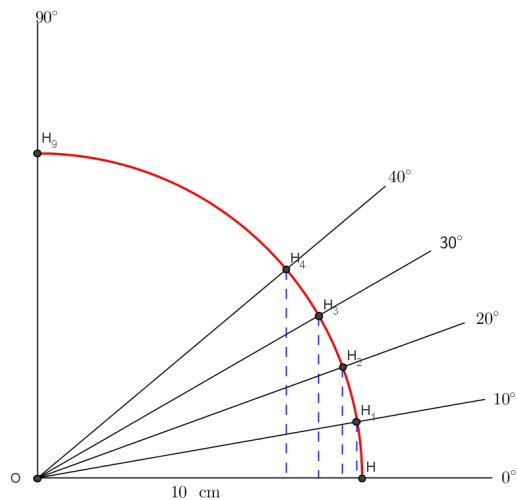
## 1 Trigonometria

1. Per cadascun dels casos següents calcula el valor exacte de  $\tan \alpha$ ,  $\sin \alpha$ ,  $\cos \alpha$ .



2. En un full blanc, traça una semirecta d'origen  $O$ . Fent servir un transportador d'angles, traça semirectes d'origen  $O$  i que formin un angle de  $10^\circ$ ,  $20^\circ$ ,  $30^\circ$ , ...,  $90^\circ$  amb la primera, tal com indica la figura. Traça el quadrant de circumferència de centre  $O$  i de 10 cm de radi, comprès entre les semirectes corresponents a  $0^\circ$  i  $90^\circ$ .

Anomena  $H, H_1, H_2, \dots, H_9$ , els punts on aquesta circumferència talla les semirectes corresponents a  $0^\circ$ ... i  $90^\circ$ .



- (a) Traça els segments que calgui i, amb un regle graduat, pren les mesures necessàries sobre el dibuix per a calcular els sinus i cosinus, i completar la taula.

$\alpha$	$0^\circ$	$10^\circ$	$20^\circ$	$30^\circ$	$40^\circ$	$50^\circ$	$60^\circ$	$70^\circ$	$80^\circ$	$90^\circ$
$\sin \alpha$										
$\cos \alpha$										

- (b) Quin valor cal assignar a  $\sin 0^\circ$ ? I a  $\cos 0^\circ$ ? I a  $\sin 90^\circ$ , I a  $\cos 90^\circ$ ? Anota els resultats a la taula.

3. Indica, raonadament, quines de les següents afirmacions següents són certes o falses.
- (a) Si els dos angles aguts d'un triangle mesuren  $27^\circ$  i  $63^\circ$ , el triangle no pot ser rectangle.
- (b) Si un dels catets d'un triangle rectangle és el triple que l'altre catet, la tangent d'un dels seus angles aguts és 3, i la tangent de l'altre angle és  $\frac{1}{3}$ .
- (c) La tangent d'un angle agut és sempre un nombre entre 0 i 1.
- (d) En un triangle rectangle es verifica que  $\tan \alpha = \frac{4}{5}$ . Podem assegurar que els dos catets d'aquest triangle mesuren 4 cm i 5 cm.
- (e) Sabent que  $\sin \alpha = \frac{12}{13}$  i que  $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ , llavors:

$$\cos \alpha = \frac{5}{13} \text{ i } \tan \alpha = \frac{12}{5}$$

4. La hipotenusa d'un triangle rectangle mesura 15 cm i un dels catets 7 cm. Calcula l'altre catet i els angles aguts d'aquest triangle.
5. El perímetre d'un triangle rectangle mesura 55 cm i la hipotenusa 33 cm. Determina la mesura dels costats i dels angles.
6. La hipotenusa d'un triangle rectangle mesura 12 cm i un dels angles aguts és la tercera part de l'altre. Determina la mesura dels costats i els angles.
7. Una escala forma un angle de  $50^\circ$  amb el terra, i el peu es troba situat a una distància de 3.5 m de la paret. Quina és la longitud de l'escala?
8. Si la hipotenusa d'un triangle rectangle mesura 18 cm i el  $\sin \delta = \frac{1}{2}$ . Calcula quant mesuren els catets del triangle.
9. Un helicòpter es manté a l'aire estacionat. Dos observadors situats a una distància de 600 metres i situats en la mateixa vertical de l'helicòpter, el veuen en angles de  $42^\circ$  i  $62^\circ$  respectivament. A quina altura es troba l'helicòpter?
10. Calcula l'àrea d'un octògon regular inscrit en una circumferència de 2.5 cm de radi.
11. Un arbre de 13 metres d'altura projecta una sombra de 8 metres de longitud. Quina és la inclinació dels rajos de Sol respecte la horitzontal en aquell moment?

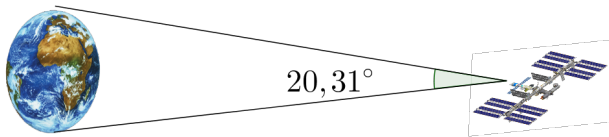
12. Calcula l'àrea d'un rombe de 15 cm de costat i un dels seus angles mesura  $40^\circ$
13. Els catets d'un triangle rectangle mesuren 9 i 14 cm. Calcula les raons trigonomètriques dels seus angles aguts.
14. L'Anna, que mesura 1,60 m d'altura, es col·loca a 9 m del seu institut amb la intenció de mesurar l'altura de l'edifici. Si l'angle de visió de l'institut és de  $30^\circ$ . Quina és l'altura de l'edifici?
15. Desenvolupa el quadrat  $(\cos \alpha + \sin \alpha)^2$  i simplifica el resultat al màxim.
16. Expressa-ho de la forma més simple possible ( $\alpha$  i  $\beta$  són angles aguts).

(a)  $\frac{\cos^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha}$

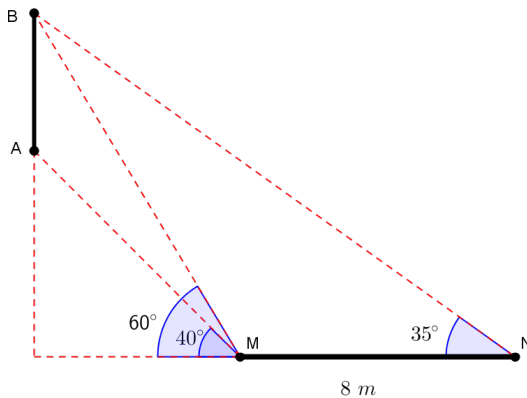
(b)  $\sin \alpha \cdot \frac{1}{\tan \alpha}$

(c)  $1 + \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha}$

17. Des d'una nau espacial es veu la Terra sota un angle de  $20,31^\circ$ . Si el radi de la Terra mesura 6370 km, a quina distància de la superfície de la Terra es troba la nau?



18. Troba la longitud AB.



## 2 Vectors

1. Representa sobre uns eixos de coordenades els vectors:

- (a) un vector amb origen al punt  $A=(2,2)$  i extrem  $B=(1,4)$
- (b) un vector amb les mateixes components que els de l'apartat anterior
- (c) un vector de components  $\vec{v} = (4, -1)$  amb origen el punt  $C=(-1,-1)$
- (d) un vector amb mòdul 3.
- (e) un vector amb components  $\vec{w} = (0,3)$  i un vector que sigui perpendicular. Quines components té?
- (f) un vector amb components  $\vec{w} = (1,3)$  i un vector que sigui perpendicular. Quines components té?
2. El vector  $\vec{z} = \overrightarrow{CD} = (3, 5)$  té origen en el punt  $B(5,-3)$ . Determina:
- (a) Les coordenades de l'extrem
- (b) El mòdul del vector posició de punt D,  $(\vec{OD})$ .
- (c) La distància del punt C al punt D.
3. Donats els vectors:

$$\vec{u} = (3, 0) \qquad \vec{v} = (-2, 0) \qquad \vec{w} = (0, 2)$$

$$\vec{p} = (2, 2)$$

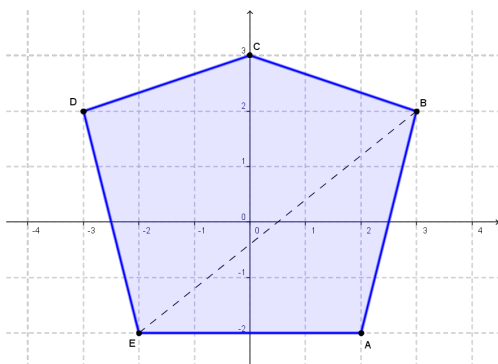
Calcula gràficament i algebràicament

- (a)  $\vec{u} + \vec{v}$
- (b)  $\vec{u} - \vec{v}$
- (c)  $\vec{v} + \vec{w}$
- (d)  $2 \cdot \vec{p} - \vec{u} - \vec{w}$

Calcula el mòdul dels vectors resultants dels apartats anteriors.

4. Troba els valors de les components cartesianes dels vectors:
- (a)  $\vec{t} = (0, b)$ , si  $|\vec{t}| = 2$
- (b)  $\vec{u} = (a, -2)$ , si  $|\vec{u}| = \sqrt{5}$
- (c)  $\vec{v} = (3, b)$ , si  $|\vec{v}| = \sqrt{34}$
- (d)  $\vec{w} = (a, a)$ , si  $|\vec{w}| = 4\sqrt{2}$
5. Calcula el valor exacte del mòdul del vector  $\vec{AB}$ :
- (a)  $A = (3, 2)$  i  $B = (4, -5)$
- (b)  $A = (-1, 1)$  i  $B = (2, 5)$ .
6. Calcula el punt B sabent que  $M=(2,-3)$  és el punt mitg del segment d'extremes A i B, on és  $A=(-3,-5)$ .

7. Calcula el perímetre i la longitud de la diagonal de la figura següent.



8. Calcula la longitud dels costats del triangle de vèrtex  $A=(-2,2)$ ,  $B=(4,2)$ ,  $C=(1,8)$ . Digues si el triangle és escalè, isòsceles o equilàter; justifica la resposta.

### 3 Expressions Algebraiques

- Calcula el valor numèric de l'expressió algebraica  $z^3p^3 - z^2p^2 - zp$  per a  $z = -1$  i  $p = 3$ .
- Escriu dos monomis diferents d'indeterminada  $x$  i grau 4. Són semblants aquests monomis? Per què? Escriu els monomis oposats corresponents.
- Completa la taula següent indicant el coeficient, part literal i el grau dels monomis que hi apareixen:

	$-6x^2$	$-x$	$-\frac{1}{5}xy$	$-\frac{3}{4}$	$p$
Coeficient					
Part literal					
Grau					

- Redueix els polinomis següents:
  - $-2x + 3x^2 - 5x + 4 - 8x^2$
  - $5y + 3x - 4xy - 2y + 4x^2 + y$
  - $2x - 5 + \sqrt{2}x + 8$
- Raona si les igualtats següents són certes o falses:
  - $2x = x \cdot x$
  - $-(x^2 + x) = -x^2 - x$
  - $x^2 + x^3 = x^5$
  - $2x^2 \cdot 3x^3 = 5x^5$
  - $(-x)^2 = x^2$
- Desenvolupa:

- (a)  $(3x - 2)^2$
- (b)  $(3x + 2)^2$
- (c)  $(4xy - 5)^2$
- (d)  $(x + 4) \cdot (x - 4)$
- (e)  $(2x - 1)^3$
- (f)  $(2x^2 - y^2)^2$

7. Desenvolupa:

- (a)  $\left(\frac{3}{5}x - 4\right)^2$
- (b)  $\left(\frac{2x}{5} - 1\right) \cdot \left(\frac{2x}{5} + 1\right)$
- (c)  $(x - \sqrt{3}) \cdot (x + \sqrt{3})$

8. Descompon en factors les expressions següents, traient el màxim factor comú:

- (a)  $14x^2 - 7$
- (b)  $9x^3 - 21x$
- (c)  $40x^4 + 25x^3 + 5x^2$
- (d)  $35x^4 - 20x^3$
- (e)  $(x - 5)x + x - 5$
- (f)  $x(4x + 2) + x$
- (g)  $(x + 2)(x + 1) + 5(x + 1)$
- (h)  $(x + 2)^2 - (x + 2)$

9. Completa les descomposicions en factors següents:

- (a)  $16x^2 + \dots + 9 = (4x + 3)^2$
- (b)  $4x^2 + 2x + \dots = (2x + \dots)^2$
- (c)  $\dots - 10x + \dots = (x - \dots)^2$
- (d)  $25x^2 + \dots + 1 = (\dots + \dots)^2$

10. Descompòn en factors, utilitzant les identitats notables, sempre que sigui possible:

- (a)  $x^2 + 10x + 25$
- (b)  $4x^2 - 12x + 9$
- (c)  $\frac{1}{4}x^2 + x + 1$
- (d)  $4x^2 - 6x + 9$
- (e)  $4x^2 - 4$
- (f)  $3x^2 - 4$

(g)  $\frac{1}{9} - (x - 2)^2$

11. Calcula mentalment fent servir les identitats notables:

(a)  $45^2 - 35^2$

(b)  $1003^2 - 997^2$

(c)  $67^2 - 33^2$

(d)  $6.8^2 - 3,2^2$

12. Donats els polinomis:

$$\begin{aligned} P(x) &= 2x^3 - 2x^2 + 3x + 1 \\ R(x) &= 2x^5 - x^3 + 2x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q(x) &= x^4 + x^3 + x^2 + 2 \\ M(x) &= x^4 - 4x^3 + 2x + 2 \end{aligned}$$

Calcula:

(a)  $P(x) \cdot Q(x)$

(b)  $P(x) \cdot (-M(x))$

(c)  $Q(x) \cdot (R(x) + M(x))$

13. Realitza les següents operacions amb els següents polinomis:

$$P(x) = 5x^3 - 2x^5 + 6x - 3x^4 - 2 \quad Q(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$$

(a)  $P(x)$  per  $Q(x)$

(b)  $P(x)$  dividit entre  $Q(x)$

(c)  $P(x) + Q(x)$

(d)  $P(x) - Q(x)$

Indica en cada cas el grau del polinomi resultant.

14. Considerem els següents polinomis:

$$\begin{aligned} P(x) &= -x^2 - 1 \\ R(x) &= x^5 - x^3 + x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q(x) &= 3x^4 + x^3 + x - 2 \\ M(x) &= x^2 + x^3 + x + 1 \end{aligned}$$

Calcula:

(a)  $Q(x):P(x)$

(b)  $Q(x):M(x)$

(c)  $R(x):P(x)$

(d)  $R(x):M(x)$

15. Fes les operacions que s'indiquen entre els polinomis:

$$A(x) = 8x^3 - x^2 - 5x + 3 \qquad B(x) = x^2 - 6$$

$$C(x) = 4x^4 + 5x^3 - \frac{1}{6}x + 4$$

- (a)  $A(x) + B(x) + C(x)$
- (b)  $2B(x) \cdot C(x)$
- (c)  $A(x) : B(x)$
- (d)  $C(x) - [B(x) - A(x)]$
- (e)  $C(x) : A(x)$

16. Aplica la regla de Ruffini i calcula el quocient i el residu de les divisions següents. Comprova, en cada cas, la igualtat fonamental de la divisió ( $D = d \cdot Q + R$ )

- (a)  $(x^3 - 3x^2 + x - 5) : (x + 4)$
- (b)  $(\frac{1}{2}x^4 - 6x + 8) : (x - 1)$
- (c)  $-(-x^4 + 3x^2 + x) : (x + \frac{1}{3})$
- (d)  $-(-3x^2 - x + \frac{2}{3}) : (x - 5)$

17. Calcula el residu de la divisió de dues maneres diferents:

$$(2x^3 + 3x^2 - x - 12) : (x - 5)$$

18. Digues per quin valor de x no té sentit cadascuna de les següents fraccions algebraiques:

- (a)  $\frac{x^2 + 1}{3x}$
- (b)  $\frac{x + 5}{x - 5}$
- (c)  $\frac{-x + 4}{-x - 3}$
- (d)  $\frac{x^3 - 3x^2}{3}$

19. Simplifica les fraccions algebraiques següents després d'haver descompost en factors el numerador i/o el denominador.

- (a)  $\frac{(4x + 1) \cdot (2x + 1)}{4x + 2}$
- (b)  $\frac{x^2 + 2x + 1}{x + 1}$
- (c)  $\frac{6x^2 - 4x}{2x}$
- (d)  $\frac{x + 12}{12}$



(e)  $\frac{5x + 20}{30}$

(f)  $\frac{x^2 - 4}{2x + 4}$

20. Troba tres polinomis de grau 2, les arrels dels quals siguin  $x = -3$  i  $x = -2$ .
21. Indica, raonadament, si és certa o falsa cadascuna de les afirmacions següents:
- (a)  $6p^{-2}$  és un monomi.
  - (b) El grau del monomi  $5z^7$  és 5.
  - (c) El terme independent d'un polinomi és el terme de grau zero.
  - (d)  $x = -1$  és una arrel de  $A(x) = x^2 - 1$ .
  - (e) La suma de  $9y^3$  i  $7y^2$  dóna  $16y^5$ .
  - (f) L'extracció de factor comú és un procediment per factoritzar polinomis.
  - (g) El quocient de  $8n^6$  entre  $2n^3$  és  $4n^2$ .
  - (h) En factoritzar el polinomi  $P(x) = x^2 + x - 2$ , s'obté:  $P(x) = (x + 2)(x - 1)$ .
  - (i) Calcula el mínim comú múltiple dels següents polinomis:
    - i.  $2x^2$ ,  $10x^3$  i  $2x$
    - ii.  $3x$ ,  $x^2 - 9$  i  $9 - 3x$
    - iii.  $x^2 + 5x$ ,  $x + 5$  i  $x^2 + 10x + 25$
    - iv.  $x^2 + 2x + 1$ ,  $x^2 - 1$  i  $x^2 - 5x + 6$
  - (j) Troba els valors de A, B i C perquè és compleixi la igualtat:

$$(Ax - 7) \cdot (5x + B) = Cx^2 - 6x - 14$$

- (k) La torre d'una església és un prisma de base quadrada d'una altura 15 metres més gran que l'aresta de la base.
  - i. Expressa, en llenguatge algebraic, quant fan la superfície lateral i el volum.
  - ii. Calcula els valors numèrics de la superfície i el volum per a una aresta de la base de 5, 6 i 7 m, respectivament.

## 4 Equacions de 1er i 2on grau

1. Planteja les equacions corresponents als següents enunciats i després resol les equacions.
  - (a) El doble d'un nombre és 4
  - (b) Si al doble d'un nombre li sumo 3 obtinc 51
  - (c) La suma d'un nombre més el doble d'aquest nombre és 36.
  - (d) La meitat d'un nombre més 4 és 9
  - (e) Un nombre menys 5 és 6

2. Comprova si aquestes equacions tenen les mateixes solucions, és a dir, si són equivalents.

(a)  $3x - 15 = 0$

(b)  $6x - 18 = 12$

(c)  $2(x - 3) = -x + 9$

(d)  $2x = \frac{4}{3}$

3. Quins dels valors següents són solució de l'equació  $\frac{x+4}{3} - \frac{1}{2} = \frac{5-x}{2}$ ?

a)  $x=1$

b)  $x=5$

c)  $x=-2$

d)  $x=2$

4. Dóna tres equacions que tinguin per solució  $x=-12$ .

5. Resol les següents equacions de 1er grau. Comprova que la solució que has trobat és solució de la teva equació.

(a)  $2x + 6 = 14$

(b)  $3x + 9 = 18$

(c)  $4x - 24 = -2x + 36$

(d)  $2(x - 4) = 4(x + 8)$

(e)  $6 - (15 - x) = 25$

(f)  $\frac{x}{18} = 6$

(g)  $\frac{x-2}{9} = 54$

(h)  $\frac{-2x}{8} = 18 - 32$

(i)  $\frac{2x+2}{5} - \frac{2x-6}{3} = 0$

(j)  $\frac{2x+4}{5} - \frac{x-2}{6} = 2$

(k)  $\frac{6x+4}{10} - 14 = 4x - \frac{2x+2}{4}$

(l)  $\frac{1}{8} \cdot (2x+4) - \frac{2}{3} \cdot (2x+6) + x = -4$

6. Resol les equacions següents:

(a)  $|x| = 10$

(b)  $|3x - 2| = 8$

(c)  $|4x - 4| = 20$

7. La suma de dos nombres parells consecutius és 2002. **Quins** són aquests nombres parells?

8. El perímetre d'un pentàgon és de 40 cm, si els costats són nombres parells consecutius, troba el valor de cada costat.
9. Una persona es va gastar el  $\frac{4}{7}$  dels diners que tenia i després els  $\frac{3}{4}$  del que li restava. Finalment quedaven 75 euros. Quants diners tenia al principi?
10. Un rellotge marca les 5 en punt. A quina hora per primera vegada formarà un angle recte?
11. Es van repartir 5000 € entre 3 persones A, B i C de forma que entre A i B van cobrar conjuntament el triple que C i A; A va cobrar 300 euros més que B. Quant va rebre cada un?
12. Escriu una equació que compleixi aquestes condicions:
- De grau 1 i amb solució  $x=5$ .
  - De grau 1, amb parèntesis i fraccions.
  - De grau 2 i producte de dos factors.
  - De grau 2 i una de les solucions  $x=0$ .
13. Resol les següents equacions:
- $7x^2 - 12 = 0$
  - $2x^2 - 32 = 0$
  - $2x^2 = 0$
  - $2x^2 - 4x = 0$
  - $x^2 + 32x = 0$
  - $x^2 - 10x + 25 = 0$
  - $x^2 - 5x + 8 = 0$
  - $x^2 = x - 3$
14. Resol les següents equacions:
- $\frac{x+8}{6-x} = 13$
  - $(x-8) \cdot (8x-1) = 0$
  - $(x+2) \cdot (x^2 - 5x + 6) = 0$
  - $x^3 - x^2 = 0$
  - $x^5 - 16x^3$
15. El resultat de restar el quadrat de dos nombres parells consecutius és 60. Troba els dos nombres.
16. El dividend i el residu d'una divisió de nombres enters són 200 i 5, respectivament. Troba el divisor i el quocient si es diferencien en dues unitats. Recorda:  $D = d \cdot q + R$ .

17. Quants germans hi ha en una família si per Reis cadascun fa un regal a cada germà i entre tots reuneixen 30 regals.
18. Troba un nombre enter sabent que si multipliquem el seu anterior pel següent, obtenim 360.
19. Calcula els costats d'un triangle rectangle sabent que cadascun fa 3 cm més que l'anterior.
20. En l'equació  $mx^2 + 6x + 5 = 0$ , una de les solucions és cinc vegades l'altra. Quin és el valor de  $m$ ? Quines són les seves solucions?
21. Indica, raonadament, si les afirmacions següents són certes o falses.

(a) Les dues solucions de l'equació  $x^2 + 3x + 1 = 0$ , tenen el mateix signe.

(b) Les solucions de l'equació  $12x^2 - 11x + 2 = 0$  són:

$$x_1 = \frac{2}{3}, \quad x_2 = \frac{1}{4}$$

(c) Existeix algun valor de  $c$  per tal que l'equació  $x^2 + 4x + c = 0$  tingui com a solució  $x_1 = 3$  i  $x_2 = 1$ .

(d) Si  $x_1$  i  $x_2$  són solucions de l'equació de segon grau  $ax^2 + bx + c = 0$ , llavors  $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

(e) Si el discriminant d'una equació de segon grau és igual a zero, l'equació té una solució doble.

22. Resol les següents equacions irracionals:

(a)  $\sqrt{3x + 1} = 2x + 5$

(b)  $\sqrt{2x} = 14 - 3x$

(c)  $\sqrt{2x + 5} - 2 = 3x$

## 5 Inequacions

1. Digues si són certes o falses les següents desigualtats. Justifica en cada cas la teva resposta:
- (a)  $-2 < -9$
- (b)  $-3 < 5$
- (c)  $x > 0$
- (d)  $-x < x$  si  $x > 0$
- (e)  $a \cdot b < 0$  sempre que  $a$  i  $b$  tinguin signe diferent.
2. Indica si són certes o falses les següents afirmacions, justifica la teva resposta utilitzant les propietats de les desigualtats.

- (a) Si  $x > 3$ , aleshores  $x + 5 > 8$
- (b) Si  $y \leq 5$ , aleshores  $4y \leq 20$
- (c) Si  $z \geq 7$ , aleshores  $z - 6 \leq 1$
- (d) Si  $p < 2$ , aleshores  $-3p > -6$
3. Representa sobre la recta numèrica els possibles valors que puguin prendre les desigualtats algebraiques següents:
- (a)  $x \leq 7$
- (b)  $y > -2$
- (c)  $z \geq -\frac{1}{2}$
- (d)  $-3 < x \leq 2$
- (e)  $8 > x > 3$
4. Amb les desigualtats i intervals de l'exercici anterior representa'ls ara en notació d'interval.
5. Expressa amb llenguatge usual les desigualtats i intervals de l'exercici anterior. Per exemple:  
 $x > 2 \rightarrow$  Valors més grans que 2.
6. Representa gràficament sobre la recta numèrica els següents intervals.
- (a)  $[-2, 3)$
- (b)  $(0, 5)$
- (c)  $(-\infty, 2]$
- (d)  $\left[-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right]$
- (e)  $[7, +\infty)$
- (f)  $(-\infty, +\infty)$
7. Expressa en forma de desigualtat els intervals de l'exercici anterior.
8. Representa gràficament i en forma d'interval ( sempre que sigui possible ) les unions o interseccions següents:
- (a)  $(-3, 1] \cup (0, 5]$
- (b)  $[-2, +\infty) \cup (-10, 5]$
- (c)  $(-\infty, 3] \cup [1, +\infty)$
- (d)  $[-4, 3] \cup ]3, \infty)$
- (e)  $[-5, -3[ \cap [-1, 1]$
- (f)  $[-5, \infty[ \cap ]-\infty, 3)$

(g)  $[3, 8) \cap (8, 8.5]$

9. Indica quin dels nombres racionals següents són solució de la inequació
- $7 - x < -2$

$$9.5; 5; -1; 9; 10; -\frac{1}{4}; -1.5$$

10. Resol les següents inequacions. Expressa la solució en forma d'interval i representa-la sobre la recta numèrica.

(a)  $3x - 7 < 5$

(b)  $2 - x > 3$

(c)  $7 \leq 8x - 5$

11. Resol les següents inequacions. Expressa la solució en forma d'interval i representa-la sobre la recta numèrica.

(a)  $\frac{2(x+2)}{3} < 2x$

(b)  $\frac{x-4}{4} + 1 < \frac{x+4}{8}$

(c)  $-4x + 9 \leq x - 1$

(d)  $\frac{x-1}{2} \geq x + 1$

12. Resol els següents sistemes d'inequacions amb una incògnita. Representa les solucions en una recta numèrica:

(a) 
$$\begin{cases} x + 3 > 2x \\ 5 - 2x < -2 \end{cases}$$

(b) 
$$\begin{cases} 4x + 5 \leq \frac{x}{2} \\ \frac{x+1}{3} > \frac{1}{5} \end{cases}$$

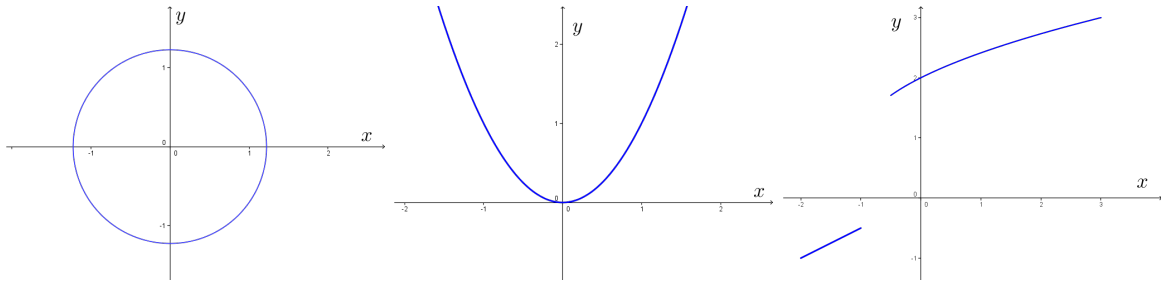
(c) 
$$\begin{cases} 3(2x+1) > 7(4-2x) \\ 10-2x > 4x-6 \end{cases}$$

13. Existeix algun nombre que verifiqui que la seva meitat sigui més gran que el seu doble?
14. Calcula la longitud del costat d'un triangle equilàter perquè el seu perímetre sigui més gran que el d'un quadrat de 3.9 cm de costat.
15. El perímetre d'un triangle isòsceles supera els 50 cm. Quina longitud pot tenir el costat desigual si els altres dos mesuren 18 cm cadascun?
16. La quota mensual que dona dret a practicar els esports en unes instal·lacions poliesportives del barri és de 31.50 €. Aquesta quantitat permet la pràctica esportiva sense límit d'hores. En cas de que es vulgui gaudir de les instal·lacions sense ser-ne abonats, cal pagar 4.50 € cada hora. Quantes hores mensuals cal anar al poliestortiu perquè resulti més econòmic abonar-s'hi?

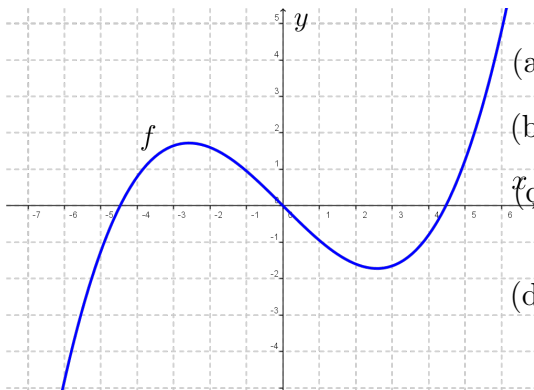
17. L'altura d'un rectangle mesura 6.4 cm. Quina ha de ser la longitud de la base perquè l'àrea del rectangle no superi els  $26.24 \text{ cm}^2$
18. Amb 30 € tinc prou diners per a comprar dues capses de bombons, però amb 40€ no en puc comprar cinc. Quins preus poden tenir la capsa de bombons?
19. La suma de tres nombres naturals consecutius és inferior a 306 i superior a 150. Escriu els tres nombres naturals més petits d'entre els que verifiquen aquesta condició i els tres nombres naturals més grans d'entre els que verifiquen aquesta condició?

## 6 Estudi general de funcions

1. Raona perquè les afirmacions següents han de ser necessàriament falses:
  - (a) Les imatges de 3 per una funció  $f$  són 6 i 7.
  - (b) El domini de la funció  $f$  és  $D_f = [3, 8]$  i  $f(2) = 5$ .
2. Indica quina de les següents gràfiques no corresponen a una funció. Raona la teva resposta.



3. Determina si el punt  $A=(2,2)$ ,  $B=(-1,2)$ ,  $C=(0,0)$  són un punt de la gràfica de la funció  $f(x) = 2x^2 - 3x$
4. Hem representat gràficament la funció  $f$ . Determina, per lectura de gràfica:



- (a) La imatge de -1
- (b) L'antiimatge o antiimatges de -1
- (c) El valor aproximat de les coordenades del/s punt/s on la funció presenta un màxim relatiu.
- (d) El valor aproximat de les coordenades del/s punt/s on la funció presenta un mínim relatiu.

5. Calcula el domini de les següents funcions:

(a)  $y = 3x^2 - 4x + 2$

(b)  $y = \frac{5x - 1}{3x + 3}$

(c)  $y = \frac{x^2 - 4x + 4}{2}$

(d)  $y = \frac{x - 1}{x^2 - 2x + 1}$

(e)  $y = \sqrt{2x + 12}$

(f)  $y = \sqrt{x - 1} + \frac{x + 2}{x - 2}$

(g)  $y = \frac{\sqrt{x + 10}}{x^2 - 5x}$

6. Troba les imatges de 2, -3, 0 i 5 de la funció  $f(x) = -x^2 - 1$ . Pots afirmar que els valors que pren la funció són sempre nombres reals negatius?. Raona la teva resposta.

7. Donada les funcions:

$$g(x) = 3x - 12$$

$$h(x) = 4x^2 - 8x + 3$$

$$i(x) = \frac{-3x}{2} + 5$$

determina els punts de tall amb els eixos de coordenades.

8. El domini de la funció  $t(x) = \frac{x - 4}{x + a}$  està format per tots els nombres reals diferents de 3. Quin és el valor de  $a$ ?

9. El domini de la funció  $t(x) = \frac{x - 4}{x^2 - 10x + a}$  està format per tots els nombres reals diferents de 3. Quin és el valor de  $a$ ?

10. Representa gràficament en un sistema de referència cartesià tots els parells de nombres reals positius el producte dels quals és 18.

11. En la figura hem representat una funció  $y = f(x)$ . Determina'n:

(a) El domini

(b) Les coordenades dels punts d'intersecció amb els eixos.

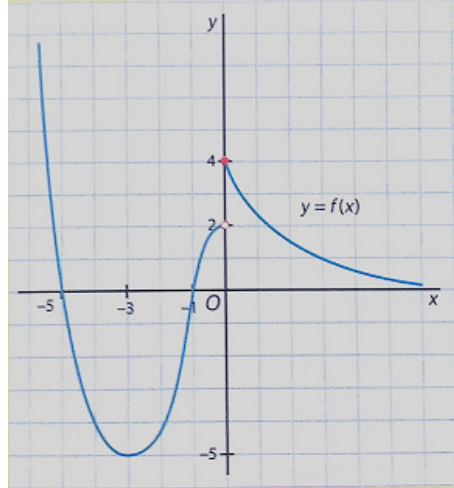
(c) Els valors de  $x$  pels quals la funció és creixent.

(d) Els valors de  $x$  pels quals la funció és decreixent.

(e) Les coordenades dels punts on la funció presenta un màxim o un mínim.

(f) Els valors de  $x$  per als quals la funció no és contínua.





12. Donades les funcions:

$$f(x) = x^2 - 5x + 6 \quad g(x) = \frac{3}{x-2} \quad h(x) = \sqrt{4x-2}$$

- Dóna raonadament el domini de les funcions
- Calcula  $(f+g)(x)$ ,  $(f-g)(x)$ ,  $(g \cdot h)(x)$ ,  $(f \circ g)(x)$ ,  $g^{-1}(x)$ .
- Dóna el domini de les funcions de l'apartat anterior.

## 7 Nombres Reals

1. Comprova si les següents fraccions són equivalents o no ho són:

- $\frac{3}{4}$  i  $\frac{6}{8}$ .
- $\frac{1}{6}$  i  $\frac{1}{5}$ .
- $\frac{2}{6}$  i  $\frac{14}{42}$ .
- $\frac{1}{7}$  i  $\frac{3}{5}$ .

2. Troba quatre fraccions equivalents a  $\frac{2}{5}$  i quarte més a  $\frac{-5}{6}$ .

3. Ordena els següents grups de fraccions:

- $\frac{2}{5}$ ,  $\frac{3}{2}$ ,  $\frac{1}{8}$ ,  $\frac{6}{5}$ .
- $\frac{2}{4}$ ,  $\frac{7}{4}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{9}{4}$ .
- $\frac{2}{2}$ ,  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{-1}{8}$ ,  $\frac{16}{5}$ .

(d)  $\frac{2}{4}, \frac{7}{8}, \frac{1}{6}, \frac{9}{2}$ .

4. Troba la fracció generatriu i la fracció contínua dels següents nombres decimals:

(a) 1.75

(b) 2.3

(c)  $8.\overline{75}$

(d)  $3.1\overline{42}$

5. Realitza les següents operacions:

(a)  $\left(\frac{2}{3} + \frac{4}{3}\right) + \left(\frac{4}{5} : \frac{2}{6}\right)$ .

(b)  $\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) - \left(\frac{2}{9}\right)^3 + \frac{5}{6} : \frac{2}{3}$ .

(c)  $\frac{2}{7} - \left(\frac{2}{5} \cdot \frac{4}{8} + \frac{6}{3}\right)$

(d)  $2 + 9 \cdot \frac{\frac{4}{5} - \frac{1}{10}}{\frac{7}{10} - \frac{1}{4}}$

6. Simplifica, sense utilitzar la calculadora, els següents radicals.

(a)  $\sqrt{441}$

(b)  $\sqrt{9000000}$

(c)  $\sqrt{256}$

(d)  $\sqrt[3]{8000}$

(e)  $\sqrt[6]{4096}$

7. Expressa amb exponent fraccionari.

(a)  $\sqrt{6}$

(b)  $\sqrt{2^5}$

(c)  $\sqrt[3]{25}$

(d)  $\sqrt[5]{12^3}$

(e)  $\sqrt[4]{5^{24}}$

8. Escriu en forma de radicals.

(a)  $4^{\frac{2}{5}}$

(b)  $15^{\frac{1}{3}}$

(c)  $8^{\frac{3}{7}}$

(d)  $10^{\frac{3}{4}}$

9. Redueix a índex comú i ordena de menor a major.

(a)  $\sqrt[3]{2}$  i  $\sqrt[4]{5}$

(b)  $\sqrt[6]{2^3}$  i  $\sqrt[5]{4^4}$

## 8 Funcions polinòmiques de primer grau i grau zero

1. Fes una taula de valors i representa cada una d'aquestes funcions.

(a)  $f(x) = x + 2$

(b)  $g(x) = -x - 2$

(c)  $h(x) = 3$

(d)  $i(x) = \frac{1}{3}x + \frac{5}{4}$

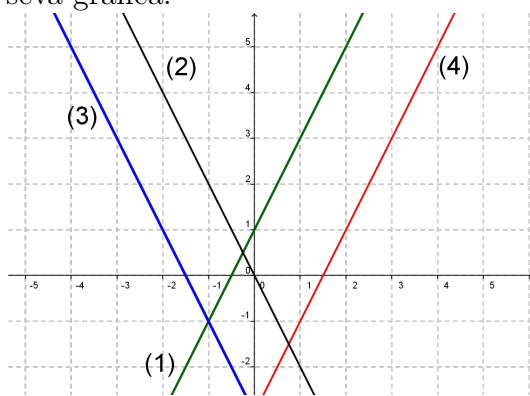
2. Relaciona cada expressió algebraica amb la seva gràfica.

(a)  $y = 2x - 3$

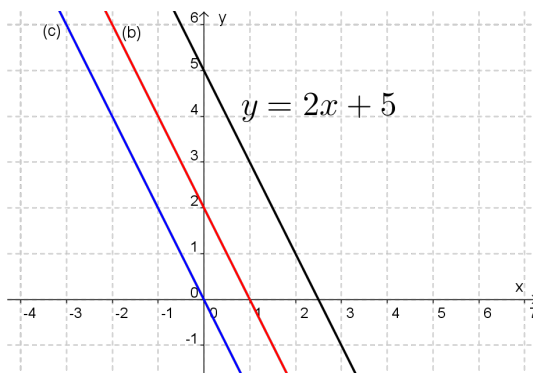
(b)  $y = 2x + 1$

(c)  $y = -2x - 3$

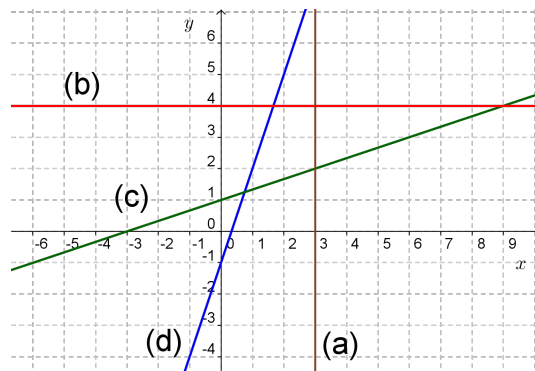
(d)  $y = -2x$



3. Determina l'equació de la recta.



4. Determina l'equació explícita de les rectes següents:



5. Esbrina la posició relativa (paral·les, coincidents, secants) de les següents rectes:

(a)  $y = 3x - 5$

(b)  $y = -3x + 2$

(c)  $2y - 6x + 4 = 0$

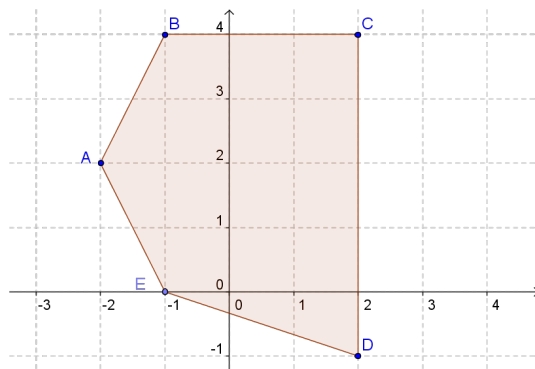
(d)  $\frac{1}{2}y + \frac{3}{2}x + 1 = 0$

amb la recta  $y = 3x - 2$

6. Determina l'equació de la recta que passa pels punts  $A = (2, 3)$  i  $B = (5, 9)$ .

7. Determina l'equació de la recta paral·lela a  $y = -3x + 2$  i que passa pel punt  $A = (1, 5)$

8. Determina l'equació de les rectes que delimiten la figura següent:



9. Les rectes  $y = -4x + 5$ ,  $y = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$  i  $y = \frac{3}{2}x - 6$  determinen un triangle. Troba les coordenades dels vèrtexs.